28.04.

Тема заняття: Розв'язування показникових та логарифмічних рівнянь та нерівностей.

Розв'язати рівняння 2.14 (2)

$5\cdot 2^{x-1} - 6\cdot 2^{x-2} - 7\cdot 2^{x-3} = 8^{x^2-1}$

використаємо властивість $a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y}$

перепишемо рівняння

$5\cdot\frac{2^x}{2^1} - 6\cdot\frac{2^x}{2^2} - 7\cdot\frac{2^x}{2^3} = (2^3)^{x^2-1}$ домножимо на 2^3

$5\cdot 2^2\cdot 2^x - 2\cdot 6\cdot 2^x - 7\cdot 2^x = 2^{3x^2-3}\cdot 2^3$

$2^x(20-12-7) = 2^{3x^2}$;

$2^x\cdot 1 = 2^{3x^2}$ отже $x = 3x^2$, $x - 3x^2 = 0$; $x(1-3x=0$

тому $x=0$ або $1-3x=0$; $x=\frac{1}{3}$;

Відповідь $x=0$; $x=\frac{1}{3}$;

аналогічно розв'язуємо № 2.13; 2.14

2.15 (1)

$4^{x+1} + 4^{1-x} = 10$; $4\cdot 4^x + \frac{4^1}{4^x} = 10$

Нехай $4^x = t$. Тоді задане рівняння можна переписати

$4t + \frac{4}{t} = 10$ або $4t^2 - 10t + 4 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 10^2 - 4\cdot 4\cdot 4 = 36$

$t_1 = \frac{10+6}{2\cdot 4} = 2$; $t_2 = \frac{10-6}{2\cdot 4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$4^x = 2$ $2^{2x} = 2$; $2^x = 1$; $\underline{x=\frac{1}{2}}$; $4^x = \frac{1}{2}$; $2^{2x} = 2^{-1}$; $\underline{x = -\frac{1}{2}}$;

Розв'язати показникову нерівність:

3.12 (4) $0,25^x - 12 \cdot 0,5^x + 32 \geq 0$

$(0,5)^{2x} - 12 \cdot 0,5^x + 32 \geq 0$

Нехай $0,5^x = t$, тоді $t^2 - 12t + 32 \geq 0$

$t_1 = 8$; $t_2 = 4$.

Для даної нерівності розв'язки будуть

$t > 8$ і $t < 4$ або $(0,5)^x \geq 8$ і $(0,5)^x \leq 4$

ці нерівності будуть $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2^3$, або $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

оскільки $a < 1$, то $x < -3$, або $(-\infty; -3]$

$\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 4$, або $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ $x \geq -2$

Відповідь $(-\infty; -3] \cup [-2; \infty)$

Розв'язати логарифмічне рівняння

6.16 (1) $\log_2(2x-1) - \log_2(x+2) = 2 - \log_2(x+1)$

Перепишемо рівняння, використовуючи $\log_2 4 = 2$

$\log_2(2x-1) + \log_2(x+1) = \log_2 4 + \log_2(x+2)$.

Використаємо властивості логарифмів

$\log_2(2x-1)\cdot(x+1) = \log_2 4(x+2)$

Дане рівняння рівносильне системі рівнянь

$$\begin{cases} (2x-1)(x+1) = 4(x+2) \\ 2x-1 > 0 \\ x+1 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - x + 2x - 1 - 4x - 8 = 0 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$2x^2 - 3x - 9 = 0$

$x_1 = 3$; $x_2 = -\frac{3}{2}$

Оскільки $x > \frac{1}{2}$, то $x = 3$.

7.12 (1) Розв'язати нерівність

$\log_2(-x) + \log_2(1-x) \leq 1$. Ця нерівність рівносильна системі нерівностей

$$\begin{cases} \log_2(-x)\cdot(1-x) \leq \log_2 2 \\ -x > 0 \\ 1-x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x + x^2 \leq 2 \\ x < 0 \\ x < 1 \end{cases}$$

$x^2 - x - 2 \leq 0$

$x_1 \geq -1$; $x_2 \leq 2$

Відповідь $[-1; 0)$

Виконати вправи 6.14, 6.15, 7.11

Підручник. Мерзляк А.Г. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч. для 11 кл.

30.04.

Тема заняття: Контрольна робота по темі: „Показникова та логарифмічна функції".

Виконати завдання № 1 „Перевір себе" в тестовій формі.

Виконати завдання 1 – 16.

Вказівки до окремих завдань.

№ 3. Щоб вибрати корінь рівняння використаємо властивість степеня $(a^x)(b^x) = (a \cdot b)^x$, тоді розв'язати рівняння.

№ 4. Враховуючи, якщо $0 < a < 1$, то нерівність $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ рівносильна нерівності $f(x) < g(x)$

№ 9. Враховуючи теорему 7.1, якщо $0 < a < 1$, то нерівність $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ рівносильна системі $\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$

№ 12. Щоб дати відповідь на поставлене запитання, потрібно розв'язати рівняння

$\ln f(x) = 0$ $\qquad \ln f(x) = \log_e f(x)$, де $e \approx 2,7$

$f(x) = e^0 = 1$

Отже потрібно провести пряму $y = 1$ і в скількох точках ця пряма перетинає графік,

№13. Розв'язати нерівність, враховуючи вказівку до завдання № 9.

№16. Щоб порівняти значення виразів, використати формулу $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, де $a>0$, $a \neq 1$ $b>0$; $c>0$; $c \neq 1$.

$$\log_{0,2} 3 = \frac{\log_5 3}{\log_5 \frac{1}{5}} = \frac{\log_5 3}{-1} = -\log_5 3$$

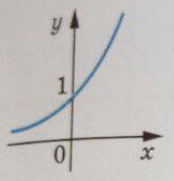
Виконати завдання 1-16 на окремому листку.

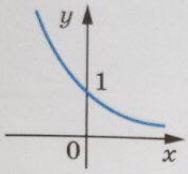
ЗАВДАННЯ № 1 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

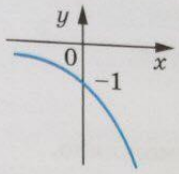
1. Яка область визначення функції $y = \frac{7}{7^x - 1}$?

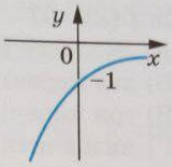
А) $(-\infty; +\infty)$;
Б) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$;
В) $(-\infty; 7) \cup (7; +\infty)$;
Г) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

2. На одному з рисунків зображено графік функції $y = 3^{-x}$. Укажіть цей рисунок.

А)


Б)


В)


Г)


3. Чому дорівнює корінь рівняння $\left(\frac{2}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{15}{4}\right)^x = \frac{4}{9}$?

А) 2; Б) −2; В) 1; Г) −1.

4. Знайдіть множину розв'язків нерівності $0{,}6^{x^2} > 0{,}6$.

А) $(-\infty; 1)$;
Б) $(1; +\infty)$;
В) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$;
Г) $(-1; 1)$.

5. Розв'яжіть рівняння $3^{x+3} + 5 \cdot 3^{x-1} = 86$.

А) 0; Б) 1; В) 2; Г) 3.

6. Обчисліть значення виразу $\log_{0,2} 25 - \log_3 \frac{1}{27}$.

А) 1; Б) −1; В) 5; Г) −5.

7. Подайте число 3 у вигляді степеня числа 10.

А) $3 = 10^{\log_3 10}$;
Б) $3 = 10^{\log_3 3}$;
В) $3 = 10^{\lg 3}$;
Г) подати неможливо.

8. Чому дорівнює значення виразу $\log_6 108 - \log_6 3$?

А) −1; Б) 2; В) −3; Г) 4.

9. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,2} x > \log_{0,2} 5$.

А) $(-\infty; 5)$;
Б) $(5; +\infty)$;
В) $(0; 5) \cup (5; +\infty)$;
Г) $(0; 5)$.

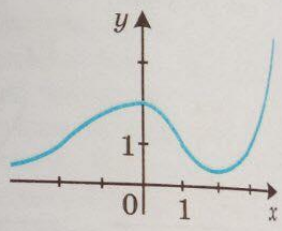
10. Через яку з даних точок проходить графік функції $y = \log_{\frac{1}{2}} x$?

А) (2; 1); Б) (2; −1); В) $\left(2; \frac{1}{2}\right)$; Г) (2; 0).

11. При яких значеннях a і b виконується рівність $\lg ab = \lg(-a) + \lg(-b)$?

А) $a > 0,\ b < 0$;
Б) $a < 0,\ b > 0$;
В) $a < 0,\ b < 0$;
Г) таких значень не існує.

12. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на множині дійсних чисел. Скільки коренів має рівняння $\ln f(x) = 0$?



А) Жодного кореня;
Б) два корені;
В) три корені;
Г) визначити неможливо.

13. Укажіть найбільший цілий розв'язок нерівності $\log_{0,2}(3 - 2x) < -1$.

А) −2; Б) −1; В) 1; Г) такого розв'язку не існує.

14. Яка множина розв'язків нерівності $\log_x \sqrt{x} < 1$?

А) $(-\infty; +\infty)$; Б) $(0; +\infty)$; В) $(0; 1) \cup (1; +\infty)$; Г) $\varnothing$.

15. Розв'яжіть рівняння $\log_4(x - 4) + \log_4(x - 1) = 1$.

А) 0; 5; Б) 0; В) 5; Г) 1; 4.

16. Порівняйте значення виразів $\log_4 5$, $\log_6 4$, $\log_{0,2} 3$.

А) $\log_{0,2} 3 < \log_6 4 < \log_4 5$;
Б) $\log_6 4 < \log_{0,2} 3 < \log_4 5$;
В) $\log_{0,2} 3 < \log_4 5 < \log_6 4$;
Г) $\log_4 5 < \log_6 4 < \log_{0,2} 3$.

5.05

Тема 4. Похідна та її застосування.

Тема заняття. Приріст аргументу і функції в точці. Границя функції в точці.

Короткий зміст теми.

Нехай задано функцію $f(x) = x^3 + 1$

Якщо $x = 1$, то $f(1) = 1^3 + 1 = 2$; $f(0) = 1$; $f(10) = 1001$

Нехай дано функцію $f(x) = x^2$. У точці $x_0 = 2$

$f(x_0) = f(2) = 4$

Збільшимо значення аргументу на 0,01,

тобто $x = x_0 + 0{,}01 = 2 + 0{,}01 = 2{,}01$.

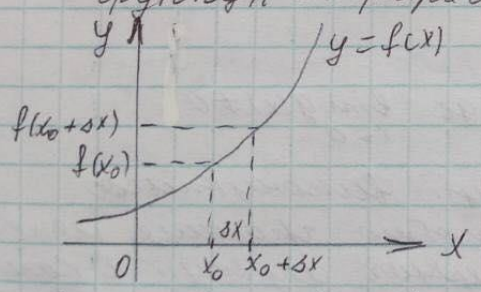
Відповідне значення функції: $f(2{,}01) = 4{,}0401$

0,01 – це приріст аргументу

0,0401 – це приріст функції $f(x) = x^2$ на проміжку $[2; 2{,}01]$

Приріст аргументу x позначають символом Δx а приріст функції Δf, Δy (дельта ікс, дельта f);

Геометрично приріст аргументу зображають приростом абсциси кривої, а приріст функції – приростом ординати цієї точки.



$\Delta x = x - x_0$ – приріст аргументу

$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ – приріст функції.

$\frac{\Delta f}{\Delta x}$ – середня швидкість зміни функції

середню швидкість зміни деякого процесу, що описується функцією $f(x)$ за час Δt визначається формулою $\frac{\Delta f(t)}{\Delta t}$.

Приклад. Точка рухається за законом

$S(t) = 98t - 4{,}9t^2$ (t – сек ; S – шлях у м)

Знайти середню швидкість руху за час з 4с по 9с.

$\Delta t = 9 - 4 (c)$

$\Delta S(t) = S(9) - S(4) = 98 \cdot 9 - 4{,}9 \cdot 9^2 - (98 \cdot 4 - 4{,}9 \cdot 4^2) =$

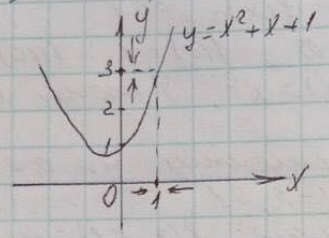
$= 98(9-4) - 4{,}9(9^2 - 4^2) = 171{,}5$

середня швидкість руху v_c матеріальної точки $v_c = \frac{\Delta S(t)}{\Delta t} = \frac{171{,}5}{5} = 34{,}3$ (м/с)

Розглянемо поняття границі функції в точці

Нехай дано функцію $f(x) = x^2 + x + 1$

$f(1) = 1^2 + 1 + 1 = 3$



Якщо значення аргументу x досить близькі до 1 і з обох боків наближаючись до 1 до значення функції близько наближаючись до числа 3.

Пишуть: якщо $x \to 1$, то $f(x) \to 3$, або $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 3$

Властивості границі функції в точці

1) $\lim\limits_{x \to a} c = c$, де c - стала функція

2) $\lim\limits_{x \to a} (f(x) \pm g(x)) = \lim\limits_{x \to a} f(x) \pm \lim\limits_{x \to a} g(x)$

3) $\lim\limits_{x \to a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim\limits_{x \to a} f(x) \cdot \lim\limits_{x \to a} g(x)$

4) $\lim\limits_{x \to a} (c f(x)) = c \lim\limits_{x \to a} f(x)$

5) $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x \to a} f(x)}{\lim\limits_{x \to a} g(x)}$, де $\lim\limits_{x \to a} g(x) \neq 0$

Для неперервної функції виконується $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$, тобто границя неперервної функції в кожній точці проміжку дорівнює її значенню в цій точці.

Розв'язування вправ

№ 529 б) $f(x) = 1 - x^2$ $\quad x = 1{,}1$; $x_0 = 1$

$\Delta x = x - x_0 = 1{,}1 - 1 = 0{,}1$

$\Delta f(x) = 1 - (1{,}1)^2 - (1 - 1^2) = 1 - 1{,}21 = -0{,}21$

$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{-0{,}21}{0{,}1} = -2{,}1$

№ 534 а)

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x-1}{x+5}=\frac{2\cdot 0-1}{0+5}=-\frac{1}{5}$$

535 а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+3x-10}{3x^2-5x-2}$

Оскільки при $x=2$ знаменник перетворюється в 0, то чисельник і знаменник розкладемо за його коренями

$x^2+3x-10=0$; $\quad 3x^2-5x-2=0$.

$x_1=-5$; $x_2=2$ $\quad D=b^2-4ac=25-4\cdot 3\cdot(-2)=49$

$$x_1=\frac{5+7}{2\cdot 3}=\frac{12}{6}=2;\quad x_2=\frac{5-7}{2\cdot 3}=\frac{-2}{6}=-\frac{1}{3}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+3x-10}{3x^2-5x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x+5)(x-2)}{3(x-2)(x+\frac{1}{3})}=\lim_{x\to 2}\frac{x+5}{3x+1}=\frac{2+5}{3\cdot 2+1}=\frac{7}{7}=1$$

Обчислити: $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-x-6}{x^2-9}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x+2)(x-3)}{(x-3)(x+3)}=$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{x+2}{x+3}=\frac{3+2}{3+3}=\frac{5}{6}$$

Виконати вправи № 531, 534, 535

Підручник: Бевз Г.П. Математика:

Алгебра і початки аналізу та геометрії
Рівень стандарту: підручн. для 10 кл.

§14